Université Mohammed V- Agdal **Année Universitaire05-06**
Faculté des Sciences
Département de Physique

MECANIQUE - T.D.2
S.V. et S.T.U.

1/ Le noyau d'un atome d'Uranium peut être approximativement décrit par une sphère dont le rayon vaut 8,7 10^{-15} m et dont la masse vaut 3.5 10^{-25} Kg
Quelle est sa masse volumique ainsi que sa densité ?

2/ Un ascenseur a une masse de 1000 kg.

- **a-** Il a une accélération en montée de 3 m/s^2. Que vaut la tension T exercée par le câble ?
- **b-** Que vaut la tension T si l'accélération est de 3 m/s^2 en descente ?

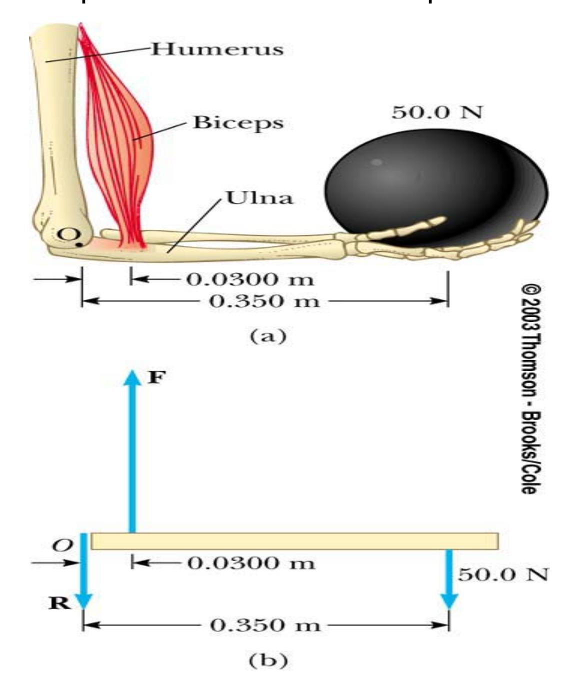
3/ Un avion de chasse pique, à la verticale avec une accélération de 3g.
Quelles sont la grandeur et la direction du poids effectif du pilote si son poids est P ?

4/ Un parachutiste dont le poids est P, touche le sol les jambes fléchies. Il s'immobilise en subissant une décélération de 3g.
Trouver la force exercée par le sol sur le pilote au cours de l'atterrissage ? Discuter

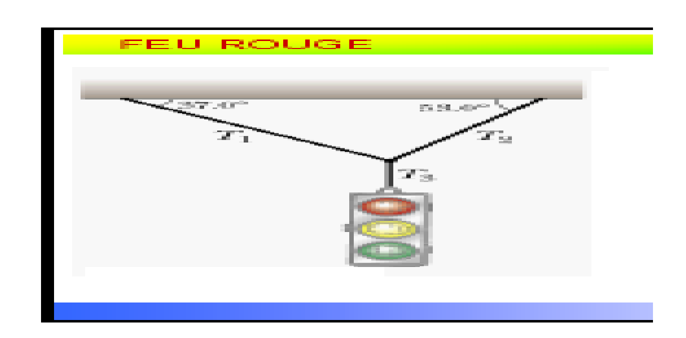
5/ Un bloc de 5 kg se trouve sur une surface plane horizontale. Si une force horizontale T=20 N est appliquée au bloc et si celui-ci reste immobile, que vaut la force de frottement ?
Le bloc se met en mouvement lorsque T atteint une valeur de 40 N. Que vaut μ_s ?
Le bloc continu de se déplacer à vitesse constante si T est ramenée à 32 N. Que vaut μ_c?

6/ La lune se trouve à 3.9 10^5 Km du centre de la terre. Sa masse est de 7.3 10^{22} Kg et la masse de la terre vaut 6.0 10^{24} Kg. A quelle distance du centre de la terre doit se trouver un objet pour que les forces gravitationnelles dues à la terre et à la lune soient égales mais opposées.

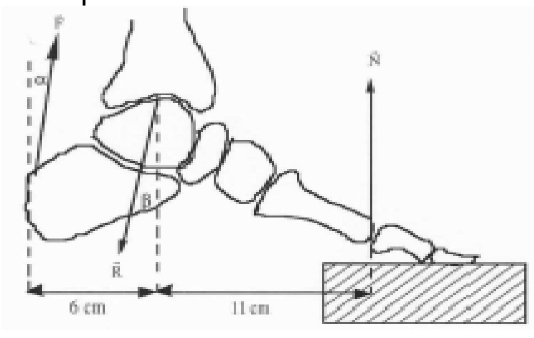
7/ La figure ci-dessous représente un avant-bras, sous la forme d'un modèle constitué d'une barre articulée autour d'un pivot et soutenue par un câble. Trouver la tension F exercée par le biceps et la force R exercée par l'articulation du coude.



8/ Déterminer T_1, T_2 et T_3 sachant que le poids du feu rouge est de 125 N.
Les angles entre l'horizontal et les tensions T_1 et T_2 sont respectivement 37° et 53°.



9/ Lorsqu'on est debout sur la pointe d'un seul pieds, la configuration des forces agissant sue le pieds est schématisée sur la figure ci-dessous.
La force F est exercée par le tendon d'Achille, R est la réaction du tibia et N est la réaction du sol.
Déterminer les équations d'équilibre ?



10/ Une feuille d'or a une épaisseur de 10 mm. Que vaut la masse d'une surface de 10 cm de côté sachant que la densité de l'or vaut 19.3 ?

11/ Imaginons que les globules rouges soient de petites sphères de rayon R =2 μm et de masse volumique ρ = 1300 Kg/m^3.
Quelle est la masse d'un globule rouge ?

12/ Un fémur humain se fracture si la force de compression vaut 210^5 N. Une personne, dont la masse est de 60 kg, la reçoit sur une jambe.

a- Quelle accélération produira une fracture ?
b- Que vaut cette accélération par rapport à l'accélération de la pesanteur ?

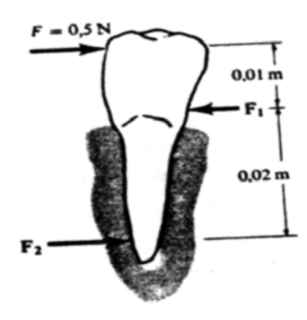
13/ Un bloc de masse m_1 = 20 kg est libre de se mouvoir le long d'une surface horizontale. Une corde qui passe dans la gorge d'une poulie le relie à un second bloc de masse m_2 = 10 kg. Ce bloc est en suspension verticale. Supposons, pour simplifier, que la poulie et la corde ont des masses négligeables. Dans l'hypothèse où il n'y a pas de frottements, déterminer :

a- les forces qui s'exercent sur les blocs ;
b- leurs accélérations.
c- Si le système est au repos à l'instant initial, quelle distance aura-t-il parcourue après 2 s ?

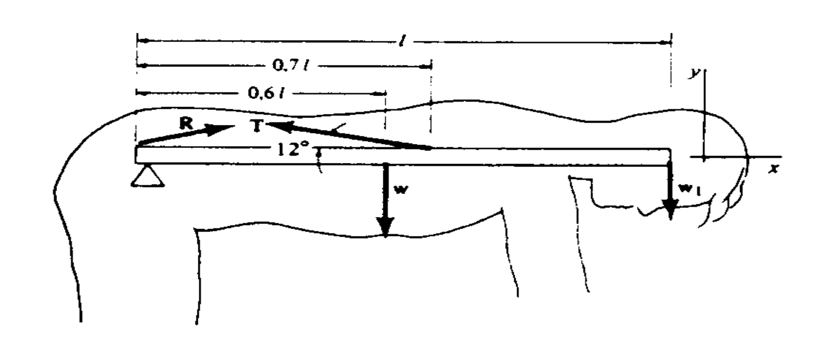
14/ Un bloc est au repos sur un plan incliné. Le coefficient de frottement statique vaut μ_s. Quel est l'angle d'inclinaison maximum θ_{max} du plan incliné pour lequel le bloc reste au repos ?

15/ Une boîte, pesant 100 N, est au repos sur un sol horizontal. Le coefficient de frottement statique vaut 0.3. Quelle est la force minimum nécessaire pour mettre la boîte en mouvement ?

16/ Trouver les forces F_1 et F_2 qui s'exercent sur la dent représentée par la figure ci-dessous. (En orthodontie, les forces appliquées aux dents donnent naissance à des forces sur les os de la mâchoire. Progressivement, le tissu osseux se modifie, ce qui permet à la dent de pivoter ou de se déplacer. De nouveaux tissus osseux se régénèrent dans l'espace crée. Les forces doivent être suffisamment faibles pour éviter d'endommager la racine de la dent.)



17/ La colonne vertébrale humaine comprend 24 vertèbres séparées par des disques qui contiennent un liquide (LCR). Lorsqu'on se penche pour ramasser un objet, une force très importante apparaît sur le disque lombo-sacré qui sépare la dernière vertèbre de l'os qui supporte la colonne vertébrale (le sacrum).
Si on assimile la colonne vertébrale à une barre qui tourne autour d'un pivot comme le montre la figure ci-dessous, on peut dire que :
Le sacrum exerce une force R sur la colonne vertébrale. Les différents muscles du dos sont équivalents à un seul muscle produisant une tension T.
A l'aide des données de la figure, évaluer T et R. W=430 N étant le poids du torse et des bras.
Discuter les cas $W_1=0$ et $W_1=175$ N



Corrigé de la série n°2
Dynamique et Statique

1/ le volume de la sphère est $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ et $\rho = \frac{m}{V}$ **A.N** : $\rho = 1,27\ 10^{17}$ Kg/m^3

La densité est $d = \frac{\rho_U}{\rho_{eau}}$ **A.N** : $d = 1,27\ 10^{14}$

2) Les forces qui s'exercent sur l'ascenseur sont : le Poids $\vec{P}$ et la Tension du câble $\vec{T}$.

a) En montée, l'accélération est ascendante (vers le haut). Par application de la 2ème loi de Newton (principe fondamental de la dynamique), on obtient :

$$\vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a}$$

La trajectoire est une droite verticale : c'est donc un mouvement rectiligne.
Projetons la relation vectorielle ci-dessus suivant un axe OX ascendant (dirigé vers le haut) :

$$-mg + T = ma \Leftrightarrow T = m(a+g)$$

<u>A.N</u>.: T = 1000 x (3+9.8) = 12800 N
On voit que T est bien supérieure au poids. Le câble doit supporter le poids de l'ascenseur, mais il doit aussi fournir une force supplémentaire nécessaire à l'accélération.

b) Dans ce cas (la descente) :

$$T - mg = -ma \Leftrightarrow T = m(-a+g)$$

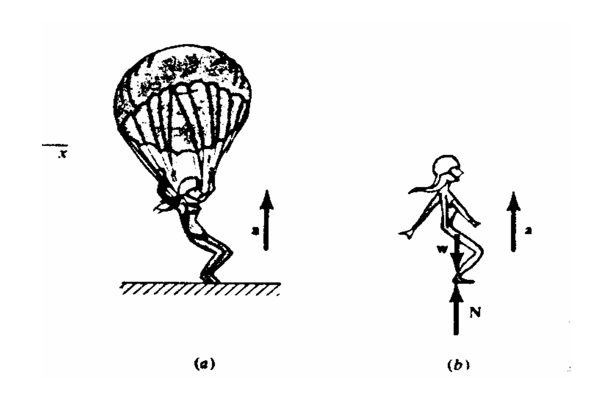
<u>A.N</u>.:T= 1000 x (9.8 - 3) = 6800 N < P.

3/ P_{eff} = ma –mg avec a = 3g d'où P_{eff} = 2 mg et $\vec{P}_{eff}$ est dirigé vers le haut.

4/ Le principe fondamental de la dynamique nous donne :

$$-P + N = ma = m\,3g \Leftrightarrow N = 4\,mg$$

La force exercée par le sol sur le parachutiste est 4 fois son poids. Par contre si la personne est simplement debout sur le sol, N est égale à P.
Si le parachutiste garde les jambes tendues au cours de l'atterrissage, il s'immobilisera avec une plus grande décélération sur une distance plus courte. La force qui s'exercera sur ses jambes sera donc plus importante (risque de fracture).



5/ i) Puisque le bloc reste fixe lorsque T est appliquée, la force de frottement f_S doit être égale et opposée à T : $f_S = T$ **A.N.** : $f_S = 20$ N
ii) Comme le bloc commence à glisser lorsque T = 40 N, la force de frottement maximale $f_{S,max}$ doit être égale 40 N.
La somme des forces verticales est nulle : n – mg = 0.
Or $f_{S,max} = \mu_S n = \mu_S mg$ **A.N.**: $\mu_S = 0,82$
iii) Puisque le bloc se déplace à vitesse constante sous T = 32 N, la force résultante est nulle :
$f_C = \mu_C n = \mu_C mg$ **A.N.**: $\mu_C = 0,65 < \mu_S$

6/ Soient O' le centre de la lune et o le centre d la terre : OO' = $3,9\ 10^5$ Km.
La masse m est à r_L = O'm de la lune et à r_T = Om. On a $r_L + r_T$ = r = OO'
Par rapport à la terre, le poids de m est $P_T = \frac{GM_T m}{r_T^2}$
Par rapport à la lune, le poids de m est $P_L = \frac{GM_L m}{r_L^2}$
Pour $P_L = P_T \Leftrightarrow \frac{GM_T m}{r_T^2} = \frac{GM_L m}{r_L^2} \Leftrightarrow \frac{M_T}{r_T^2} = \frac{M_L}{r_L^2}$ d'où : $r_T = r\frac{\sqrt{M_T / M_L}}{1+\sqrt{M_T / M_L}}$
A.N. : $r_T = 3,51\ 10^5$ Km

7/ La tension $\vec{F}$ et le poids $\vec{P}$ n'ont pas de composantes horizontales. Comme on est devant un problème de statique, la somme de toutes les forces doit être nulle. Par conséquent la force $\vec{R}$ est elle aussi portée par la verticale.
Les conditions d'équilibre sont données par :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$$

$$\vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{T} + \vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{P} + \vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{R} = \vec{0}$$

Le choix du point O est arbitraire. On peut le prendre confondu avec l'un des 3 points d'application des forces citées ci-dessus. Par exemple, choisissons le point confondu avec le pivot.
Soit r, f et p les points d'applications respectivement des forces $\vec{R}$, $\vec{F}$ et $\vec{P}$.
$\vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{F} = \vec{Of} \wedge \vec{F}$; $\vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{P} = \vec{Op} \wedge \vec{P}$ et $\vec{\mathrm{M}}_{/O}\vec{R} = \vec{or} \wedge \vec{R} = \vec{0}$ (o et r sont confondus)
$\left|\vec{Of}\right| = 0,03m$ et $\left|\vec{Op}\right| = 0,35m$
Soit un repère OXYZ tel que OZ soit perpendiculaire au plan OXY. OZ porte un vecteur unitaire $\vec{k}$ avec $\vec{k} = \vec{i} \wedge \vec{j}$
Projetons les relations vectorielles ci-dessus :

$$\text{(i)}\quad -P\vec{j} - R\vec{j} + F\vec{j} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow -P - R + F = 0$$

$$\text{(ii)}\quad -0,35P + 0,03F = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F = 11.67P$$

A.N. : F = 583 N et R = 533 N

8/ i) Appliquons la 2ème loi de Newton au feu rouge: $\vec{P}+\vec{T_3}=m\vec{a}$ .Or a = 0, d'où : $P=T_3$
A.N. T_3= 125 N.
ii) Appliquons la 2ème loi de Newton au nœud (point de rencontre des 3 tensions) : $\vec{T_1}+\vec{T_2}+\vec{T_3}=\vec{0}$

En projetant sur un système d'axes OXY orthonormés, on obtient :

$$T_1 \sin 37° + T_2 \sin 53° - T_3 = 0$$
$$-T_1 \cos 37° + T_2 \cos 53° = 0$$

A.N. : T_1 = 100 N et T_2 = 75 N

9/ Les équations d'équilibre pour un corps rigide sont : $\sum \vec{F}_{ext}=\vec{P}+\vec{R}+\vec{N}=\vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{/O}=\vec{0}$
Par projection sur un système d'axes OXY, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext}=\vec{0} \Leftrightarrow F\sin\alpha - R\sin\beta = 0 \text{ et } F\cos\alpha - R\cos\beta + N = 0$$

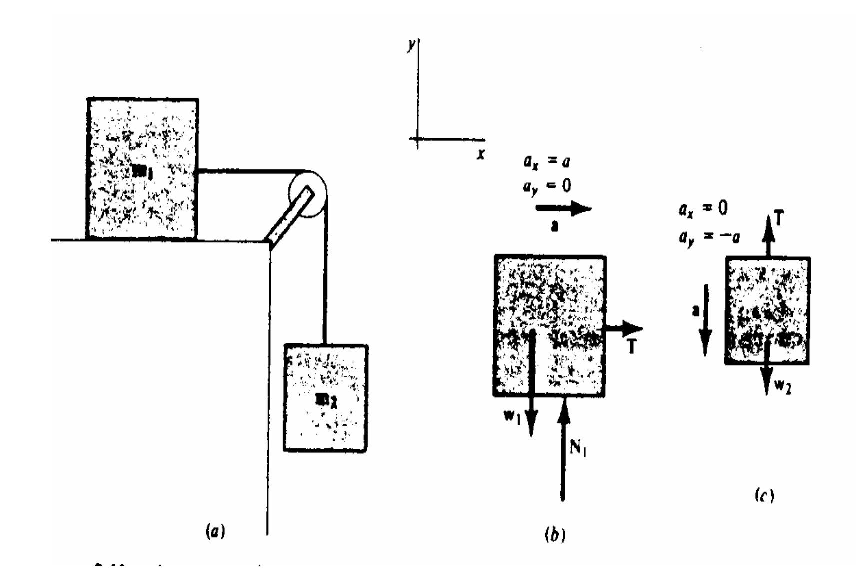
$$\sum \vec{M}_{/O}=\vec{0} \Leftrightarrow d_2 F\cos\alpha - d_1 N = 0$$

10/ Le volume de la feuille d'or est V= 100 10^{-4} x 10 10^{-3}= 10^{-4} m^3.
La masse volumique de l'or est ρ=densité x 1000 Kg/m^3=19300 Kg/m^3
Par conséquent, la masse de la feuille d'or est m= ρ V
A.N. : m= 1.93 Kg

11/ m= ρ_{GR} V= ρ_{GR} $\frac{4}{3}\pi R^3$ **A.N. :** m= 1300 x $\frac{4}{3}\pi$ (2 10^{-6})^3= 4.36 10^{-14} Kg

12/ $\frac{F}{m}=a$ A.N. : $a=\frac{2 10^5}{60}=3333$ m/s^2
Et $a=340\,g$ avec $g=9.8$ m/s^2

13/ a- Appliquons la 2ème loi de Newton à m_1. Comme le bloc se déplace sur la surface horizontale, il ne possède pas alors d'accélération verticale a_y=0



Par projection sur un système d'axes OXY, on obtient :

$$N_1 - W_1 = 0 \quad (1) \text{ et } \quad T = m_1 a_x = m_1 a \quad (2)$$

T et a sont des inconnues

$N_1 = W_1 = m_1 g$ **A.N. :** $N_1 = W_1 = 19.8$ N

Appliquons la 2ème loi de Newton à m_2. Comme le bloc se déplace suivant la verticale, il ne possède pas alors d'accélération horizontale a_x=0. De la même façon, on obtient :

$$-T + m_2 g = m_2 a_y = m_2 a \quad (3)$$

L'absence de frottement conduit à prendre la même tension T des 2 cotés de la poulie et par conséquent la même accélération a.

Comme $a = T/m_1$, (3) devient : $-T + m_2 g = m_2 (T/m_1)$

D'où : $T = m_2 m_1 g/(m_2+m_1)$

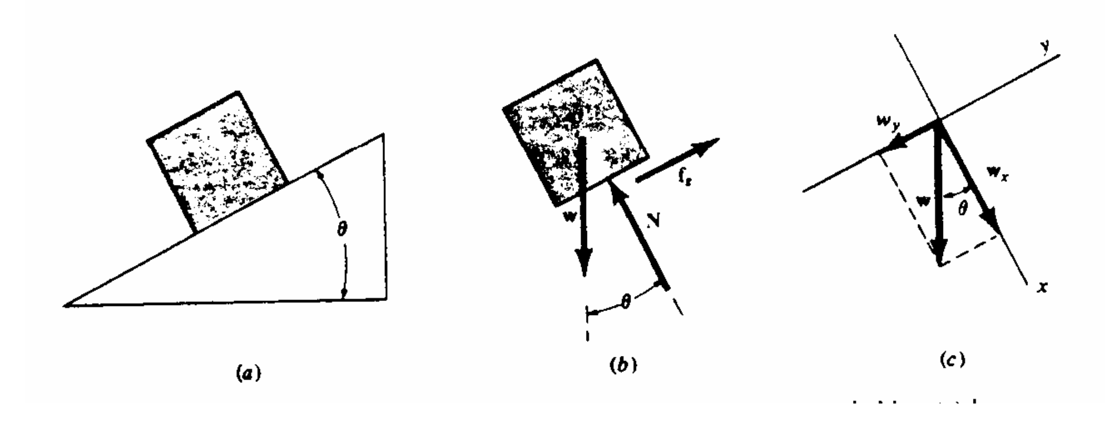
A.N. : T= 65.33 N

b- $a = T/m_1$ **A.N. :** a = 3.27 m/s^2

c- Comme le mouvement est uniformément accéléré (a est une constante positive) et que le système st initialement au repos, alors :

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$$ **A.N. :** Δx= 6.54 m

14/ Dans cet exercice, on choisira les axes comme le montre la figure ci-dessous.



Le poids W (ou P) a pour composantes :
$W_x=P_x=W\cos\theta=P\cos\theta$ **et** $W_y=P_y=-W\sin\theta=-P\sin\theta$

Si le bloc reste fixe la force de frottement statique $f_s = P\sin\theta$
La réaction du support N est égale $P\cos\theta$, d'où $tg\theta = f_s/N$
Quand le bloc commence à glisser, on a : $f_s = f_{s,max} = \mu_s N$, par conséquent :

$$\mu_s = tg\theta_{max}$$

Le dispositif présenté dans cet exercice permet de mesurer de façon simple le coefficient de frottement statique. En effet, il suffit de faire varier progressivement θ jusqu'à ce que le bloc commence à bouger.

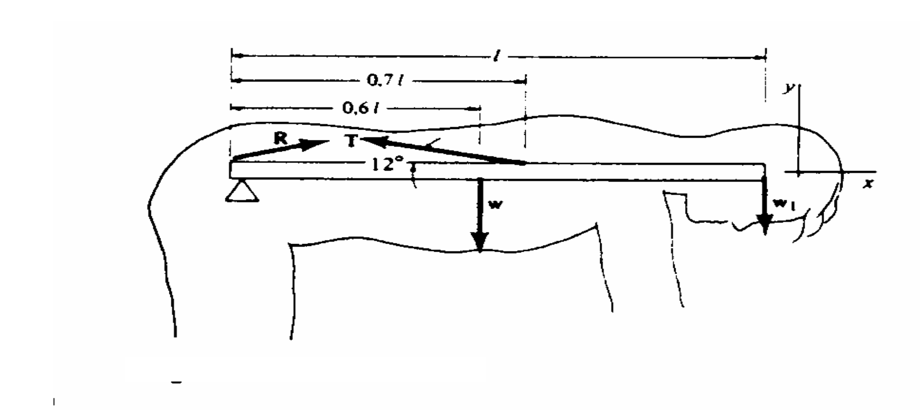
15/ On a : $f_s = \mu_s N = \mu_s mg$ **A.N.:** $f_s = 30$ N

16/ On applique les 2 relations de la statique: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{/O} = \vec{0}$
On obtient dans ce cas: $F_1 - F_2 - F = 0$
Si on choisit de déterminer les moments par rapport au point d'application de la force F, alors :

$$0.01\,F_1 - 0.03\,F_2 = 0 \Leftrightarrow F_1 = 3\,F_2$$

A.N. : $F_1 = 0.75$ N et $F_2 = 0.25$ N

17/ C'est un problème de statique : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{/O} = \vec{0}$



Projetons les forces sur le système d'axes OXY.

$$R_x - T\cos 12° = 0 \qquad \textbf{(1)}$$
$$-W_1 + R_y + T\sin 12° - W = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

Déterminons les moments par rapport au point d'application r de la force R :

$\vec{M}_{/r}\,\vec{R} = \vec{rr} \wedge \vec{R} = \vec{0}$, $\vec{M}_{/r}\,\vec{W} = \vec{rw} \wedge \vec{W}$

$\vec{M}_{/r}\,\vec{W}_1 = \vec{rw_1} \wedge \vec{W}_1$ et $\vec{M}_{/r}\,\vec{T} = \vec{rt} \wedge \vec{T} = \vec{rt} \wedge \vec{T}_y$

On obtient alors : $0.6\,W - 0.7\,T\sin 12° + W_1 = 0$ **(3)**

a- A.N. : Cas où $W_1 = 0$: $R_y = 70$ N, $R_x = 1976$ N et $T = 2020$ N

b- A.N. : Cas où $W_1 = 175$ N : $R_y = -5$ N, $R_x = 3153$ N et $T = 3223$ N
Comme R_y est négative, la force R est dirigée vers l'extérieur du dos.